

EXERCICES sur le COURANT ALTERNATIF SINUSOÏDAL MONOPHASÉ

(PARCOURS POURSUITE D'ÉTUDES)

Formules utiles :

Fréquence et pulsation :

$$T = \frac{1}{f}, \quad \omega = 2\pi f$$

Valeur instantanée :

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Valeur efficace :

$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

Valeur moyenne : → nulle (pour une sinusoïde complète)

Puissances :

- **Active** : $P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos\varphi$ en W
 - **Réactive** : $Q = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin\varphi$ en VAR
 - **Apparente** : $S = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$ en VA
 - **Relation de Pythagore** : $S^2 = P^2 + Q^2$
 - **Facteur de puissance** : $\cos\varphi = \frac{P}{S}$
-

EXERCICE 1 : Fréquence et pulsation

On a un courant alternatif de fréquence $f = 50$ Hz.

Questions :

1. Calcule la période T .
 2. Calcule la pulsation ω .
-

Correction :

1. $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,02$ s
 2. $\omega = 2\pi f = 2 \times 3,1416 \times 50 = 314,16$ rad/s
-

EXERCICE 2 : Valeur instantanée

On a une tension $u(t) = 325\sin(314t + \frac{\pi}{6})$.

Questions :

1. Quelle est la valeur maximale \hat{U} ?
2. Quelle est la valeur efficace U_{eff} ?
3. Quelle est la valeur de $u(t)$ pour $t = 5 \text{ ms}$?

Correction :

1. $\hat{U} = 325 \text{ V}$
2. $U_{\text{eff}} = \frac{325}{\sqrt{2}} = 229,8 \text{ V}$
3. $t = 5 \text{ ms} = 0,005 \text{ s}$

$$\begin{aligned}u(0,005) &= 325\sin(314 \times 0,005 + \frac{\pi}{6}) \\ &= 325\sin(1,57 + 0,5236) = 325\sin(2,0936) \\ &= 325 \times 0,866 = 281,45 \text{ V}\end{aligned}$$

EXERCICE 3 : Puissances

Un moteur est alimenté sous $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$, il consomme un courant $I_{\text{eff}} = 10 \text{ A}$, avec un déphasage $\varphi = 30^\circ$.

Questions :

1. Calcule la puissance active P .
2. Calcule la puissance réactive Q .
3. Calcule la puissance apparente S .
4. Vérifie la relation de Pythagore.
5. Calcule le facteur de puissance.

Correction :

$$\varphi = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

1. $P = 230 \times 10 \times \cos(30^\circ) = 2300 \times 0,866 = 1991,8 \text{ W}$

2. $Q = 230 \times 10 \times \sin(30^\circ) = 2300 \times 0,5 = 1150 \text{ VAR}$

3. $S = 230 \times 10 = 2300 \text{ VA}$

4. Vérification :

$$S^2 = 2300^2 = 5,29 \times 10^6$$

$$P^2 + Q^2 = 1991,8^2 + 1150^2 = 3,967 \times 10^6 + 1,3225 \times 10^6 = 5,29 \times 10^6$$

→ OK

5. Facteur de puissance :

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{1991,8}{2300} = 0,866$$

CONDENSATEURS — EXERCICE + CORRECTION

Rappels de formules :

Capacité :

$$C = \frac{Q}{U} \quad (1 \text{ Farad} = 1 \text{ Coulomb} / \text{Volt})$$

où :

- C = capacité en farads (F)
- Q = charge en coulombs (C)
- U = tension en volts (V)

Énergie stockée dans un condensateur :

$$E = \frac{1}{2}CU^2$$

où :

- E = énergie en joules (J)
- C = capacité en farads (F)
- U = tension en volts (V)

EXERCICE

Un condensateur a une capacité de $C = 470 \mu F$ (microfarads) et est chargé sous une tension $U = 50 V$.

Questions :

1. Quelle est la charge Q stockée dans ce condensateur ?
 2. Quelle est l'énergie E emmagasinée dans le condensateur ?
-

CORRECTION

Données :

$$C = 470 \mu F = 470 \times 10^{-6} F = 4,7 \times 10^{-4} F$$

$$U = 50 V$$

1 Calcul de la charge Q :

$$Q = C \times U = 4,7 \times 10^{-4} \times 50 = 2,35 \times 10^{-2} C$$

$$Q = 23,5 mC \quad (\text{milli-Coulombs})$$

2 Calcul de l'énergie E :

$$E = \frac{1}{2} \times C \times U^2$$

$$E = \frac{1}{2} \times 4,7 \times 10^{-4} \times (50)^2$$

$$E = 0,5 \times 4,7 \times 10^{-4} \times 2500$$

$$E = 0,5 \times 4,7 \times 2,5 = 0,5 \times 11,75 = 5,875 J$$

Résumé des résultats :

$$Q = 23,5 mC \quad E = 5,875 J$$

COURANT ALTERNATIF TRIPHASÉ

Montages équilibrés

Rappels de formules :

Tensions :

- **Tensions simples** V = tension entre phase et neutre
- **Tensions composées** U = tension entre deux phases

$$U = \sqrt{3} \cdot V$$

Courants :

- Montage étoile Y :
 - Courant de ligne I = courant dans le récepteur J
- Montage triangle D :
 - $I = \sqrt{3} \cdot J$

Puissances en triphasé :

Puissance active :

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

Puissance réactive :

$$Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin\varphi$$

Puissance apparente :

$$S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$$

Facteur de puissance :

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

Pertes par effet Joule :

$$P_{\text{joule}} = 3 \cdot I^2 \cdot r$$

EXERCICE 1 : Rapports entre tensions et courants

Un réseau triphasé a une tension simple $V = 230 \text{ V}$.

Questions :

1. Quelle est la tension composée U ?
 2. Dans un montage triangle, si le courant dans les récepteurs est $J = 10 \text{ A}$, quel est le courant de ligne I ?
-

Correction :

1. $U = \sqrt{3} \cdot V = 1,732 \times 230 = 398,36 \text{ V}$
 2. $I = \sqrt{3} \cdot J = 1,732 \times 10 = 17,32 \text{ A}$
-

EXERCICE 2 : Puissances en triphasé

Un moteur triphasé est branché en étoile Y , sous une tension composée $U = 400 \text{ V}$, avec un courant de ligne $I = 15 \text{ A}$, et un facteur de puissance $\cos\varphi = 0,8$.

Questions :

1. Calcule la puissance active P .
 2. Calcule la puissance réactive Q .
 3. Calcule la puissance apparente S .
 4. Vérifie la cohérence avec le facteur de puissance.
-

Correction :

1. $P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$
 $P = 1,732 \times 400 \times 15 \times 0,8 = 1,732 \times 400 \times 12 = 1,732 \times 4800 = 8313,6 \text{ W}$
2. $Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin\varphi$
 $\sin\varphi = \sqrt{1 - (0,8)^2} = \sqrt{1 - 0,64} = \sqrt{0,36} = 0,6$
 $Q = 1,732 \times 400 \times 15 \times 0,6 = 1,732 \times 400 \times 9 = 1,732 \times 3600 = 6235,2 \text{ VAR}$
3. $S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$
 $S = 1,732 \times 400 \times 15 = 1,732 \times 6000 = 10392 \text{ VA}$

4. Vérification du facteur de puissance :

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{8313,6}{10392} \approx 0,8$$

→ Cohérent

EXERCICE 3 : Pertes par effet Joule

Le moteur précédent a des câbles de résistance $r = 0,3 \Omega$ par phase.

Question :

Calcule les pertes par effet Joule P_{joule} .

Correction :

$$P_{\text{joule}} = 3 \cdot I^2 \cdot r = 3 \cdot (15)^2 \cdot 0,3$$

$$P_{\text{joule}} = 3 \cdot 225 \cdot 0,3 = 3 \cdot 67,5 = 202,5 \text{ W}$$

EXERCICE — MOTEUR ASYNCHRONE TRIPHASÉ

Données du moteur :

- Couplage : **étoile**
 - Tension composée réseau : $U = 400 \text{ V}$
 - Courant ligne : $I = 20 \text{ A}$
 - Résistance par phase stator : $r = 0,5 \Omega$
 - Autres pertes stator (fer et mécaniques) : $P_{fs} = 600 \text{ W}$
 - Pertes joules rotor : $P_{JR} = 400 \text{ W}$
 - Puissance absorbée par le moteur : $P_a = 15,000 \text{ W}$
 - Fréquence réseau : $f = 50 \text{ Hz}$
 - Nombre de paires de pôles : $p = 2$
 - Glissement $g = 3\% = 0,03$
-

Questions :

- 1 Calcule les pertes par effet Joule stator P_{Js} .
 - 2 Calcule la puissance transmise au rotor P_{Tr} .
 - 3 Calcule la puissance électromagnétique P_{Em} .
 - 4 Calcule la vitesse de synchronisme n_s en tr/s.
 - 5 Calcule la vitesse réelle n .
 - 6 Calcule la vitesse angulaire de synchronisme Ω_s .
 - 7 Calcule la vitesse angulaire réelle Ω .
 - 8 Calcule le couple utile C_u .
 - 9 Calcule le rendement rotor.
-

CORRECTION

1 Pertes par effet Joule stator P_{Js}

Formule pour couplage **étoile** :

$$P_{Js} = 3 \cdot r \cdot I^2$$

$$P_{Js} = 3 \times 0,5 \times (20)^2 = 3 \times 0,5 \times 400 = 3 \times 200 = 600 \text{ W}$$

2 Puissance transmise au rotor P_{Tr}

$$P_{Tr} = P_a - (P_{Js} + P_{fs})$$

$$P_{Tr} = 15,000 - (600 + 600) = 15,000 - 1,200 = 13,800 \text{ W}$$

3 Puissance électromagnétique P_{Em}

$$P_{Em} = P_{Tr} - P_{JR}$$

$$P_{Em} = 13,800 - 400 = 13,400 \text{ W}$$

4 Vitesse de synchronisme n_s en tr/s

$$n_s = \frac{f}{p} = \frac{50}{2} = 25 \text{ tr/s}$$

5 Vitesse réelle n

$$n = n_s \cdot (1 - g) = 25 \cdot (1 - 0,03) = 25 \cdot 0,97 = 24,25 \text{ tr/s}$$

6 Vitesse angulaire de synchronisme Ω_s

$$\Omega_s = 2\pi n_s = 2\pi \times 25 = 50\pi \text{ rad/s} \approx 157,08 \text{ rad/s}$$

7 Vitesse angulaire réelle Ω

$$\Omega = 2\pi n = 2\pi \times 24,25 = 48,5\pi \text{ rad/s} \approx 152,36 \text{ rad/s}$$

8 Couple utile C_u

$$C_u = \frac{P_{Em}}{\Omega} = \frac{13,400}{152,36} \approx 87,95 \text{ N}\cdot\text{m}$$

9 Rendement rotor

Le rendement du rotor correspond à la fraction de P_{Tr} qui est transformée en P_{Em} :

$$\eta_{\text{rotor}} = \frac{P_{Em}}{P_{Tr}} = \frac{13,400}{13,800} \approx 0,971 = 97,1\%$$

Résumé des résultats :

$$P_{Js} = 600 \text{ W}$$

$$P_{Tr} = 13,800 \text{ W}$$

$$P_{Em} = 13,400 \text{ W}$$

$$n_s = 25 \text{ tr/s}$$

$$n = 24,25 \text{ tr/s}$$

$$\Omega_s = 157,08 \text{ rad/s}$$

$$\Omega = 152,36 \text{ rad/s}$$

$$C_u \approx 87,95 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\eta_{\text{rotor}} \approx 97,1\%$$